

## КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

### 4. Тема: Волновые свойства вещества

#### На прошлом занятии

1. Эмпирические закономерности линейчатых спектров атомарного водорода.
2. Постулаты Бора: постулат стационарных состояний, правило квантования орбит, правило частот.
3. Теория атома Н по Бору: выражение для определения круговых стационарных орбит водородоподобного атома:

$$r_n = n^2 \cdot \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{Z^2 e^2 m}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

Для атома Н:  $r_n = n^2 \cdot r_1$ ,  $r_1 = 0.0528$  нм – 1-й боровский радиус.

4. Для проверки теории надо вычислить величины, доступные экспериментальной проверке – энергии, излучаемые и поглощаемые атомами Н. Т.е. для проверки теории Бора надо сопоставить вычисленные значения разностей энергии стационарных состояний с энергиями, излучаемыми атомами Н.
5. Определили, исходя из теории Бора, величину энергии стационарного состояния:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{Z^2 m e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

6. Рассмотрели схему энергетических уровней атома Н. Энергетическое состояние, соответствующее  $n=1$  – основное состояние атома, а состояния с  $n>1$  – возбужденные состояния. При возрастании  $n$  энергетические уровни сближаются к границе, соответствующей  $n=\infty$ ,  $E_\infty=0$ .

7. Излучение атома Н по Бору. Согласно правилу частот

$$h\nu = E_n - E_m \rightarrow \nu = (E_n - E_m)/h,$$

$E_n$  – энергия начального стационарного состояния,  $E_m$  – конечного.

$$\nu = \frac{Z^2 m e^4}{8 h^3 \epsilon_0^2} \cdot \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{или} \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{Z^2 m e^4}{8 h^3 \epsilon_0^2 c} \cdot \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (3)$$

где  $R \equiv \frac{m e^4}{8 h^3 c \epsilon_0^2} = 1.097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  – постоянная Ридберга для атома Н.

Числа  $m$  и  $n$  представляют по смыслу вывода формулы (3) номера дозволённых стационарных орбит в водородном атоме. Задавая  $m=2$  и полагая  $n=3, 4, 5, 6, \dots$ , получим группу линий, образующих серию Бальмера и испускаемых атомом при перескоке его электрона с 3-й, 4-й, 5-й и т.д. орбит на 2-ю.

Задавая  $m=1$  и полагая  $n=2, 3, 4, 5, \dots$ , получим серию Лаймана, расположенную в УФ части спектра. Эта серия образуется при переходе электрона с удаленной орбиты на 1-ю. Т.о., теория Бора сделала ясным физический смысл спектральных серий атома Н.

8. Серьезным успехом теории Бора явилось теоретическое вычисление постоянной Ридберга для водородоподобных систем и объяснение структуры их линейчатых спектров.
9. Однако наряду с определенными успехами в теории Бора с самого начала обнаружались существенные недостатки (*перечислить*):

#### 4.1. Гипотеза де Бройля

Итак, теория Бора несовершенна:

1. Боровская теория объясняла структуру спектров H, но не в состоянии дать теоретическое истолкование спектров более сложных атомов.
2. Главный недостаток в том, что она внутренне противоречива: расчеты радиусов электронных орбит производятся на основании классических законов, а стационарность орбит эти законы объяснить не могут.

Такая ситуация, когда на основании известных законов какое-либо новое явление не может быть объяснено, представляет кризис науки. Выход из кризиса в 1923г указал <sup>1</sup>Луи де Бройль.

Де Бройль предположил, что не только луч света, но и все тела в природе должны обладать и волновыми, и корпускулярными свойствами одновременно. Ход рассуждений де Бройля был таков: свету (электромагнитному излучению) присущ дуализм, т.е. свет обладает как волновыми так и корпускулярными свойствами. Он высказал идею, заключающуюся в том, что частица вещества (например, электрон), так же как и свет должна обладать и волновыми, и корпускулярными свойствами. Если высказанная гипотеза верна, то электрону можно сопоставить волну.

Для плоской электромагнитной монохроматической волны, распространяющейся в направлении оси x имеем уравнение:

$$U = a \cdot \cos(\omega t - kx)$$

или в комплексном виде:

$$U = a \cdot \exp[i(\omega t - kx)], \quad (4)$$

где  $\omega = 2\pi\nu$  - угловая частота,  $\nu$  - линейная частота,  $a$  - амплитуда,  $kx$  - начальная фаза,  $k = 2\pi/\lambda$  - волновое число.

Для светового фотона имеем:

$$E = \epsilon = h\nu = h\omega/2\pi - \text{энергия фотона} \quad (5)$$

$$p = h/\lambda = \hbar k - \text{импульс фотона} \quad (6)$$

$$\lambda = h/p \quad (7).$$

Де Бройль предположил, что соотношения, подобные (4)-(7) применимы для описания движения свободного электрона. Так, уравнение движения свободного электрона должно быть аналогично (4):

$$\Psi(x,t) = C \cdot e^{i(\omega t - kx)}$$

или на основании (5)-(7), поскольку  $\omega = E/\hbar$ ,  $k = 2\pi/\lambda = 2\pi p/h = p/\hbar$ :

$$\Psi(x,t) = C \cdot \exp\left[i\left(\frac{E}{\hbar} \cdot t - \frac{p}{\hbar} x\right)\right]. \quad (8)$$

Здесь  $E$  и  $p$  - энергия и импульс *электрона*. Уравнение (8) - уравнение волны де Бройля для электрона, движущегося вдоль оси x. Обобщая на произвольное направление движения, будем иметь:

$$\Psi(x,y,z,t) = C \cdot \exp\left[i\left(\frac{E}{\hbar} \cdot t - \frac{\vec{p}}{\hbar} \cdot \vec{r}\right)\right] \quad (9)$$

(9) - уравнение волны де Бройля, а  $\lambda_B = h/p$  (10) - длина волны де Бройля, *p- импульс электрона*.

В принципе согласно гипотезе де Бройля волны де Бройля сопутствуют движению любых макроскопических тел. Однако в этом случае длины волн весьма малы, т.к. импульс

<sup>1</sup> Принц Луи де Бройль (род. 1892г) - потомок королей и будущий нобелевский лауреат

макротел в силу большой их массы всегда велик. Рассмотрим несколько примеров – *упражнение 4.1. Приведите решение.*

#### 4.2. Экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля

Гипотеза де Бройля была блестяще оправдана экспериментально. Было показано, что пучки электронов, протонов и даже целых атомов обнаруживают явления интерференции и дифракции совершенно также как свет или рентгеновские лучи.

##### Опыты Дэвиссона и Джермера (1927 г)<sup>2</sup>

Дифракция электронов была открыта американскими физиками Клинтоном Дэвиссоном и Лестером Джермером, наблюдавшими рассеяние электронов монокристаллом никеля. Изобразим схему опытов (рис.4.2.1).

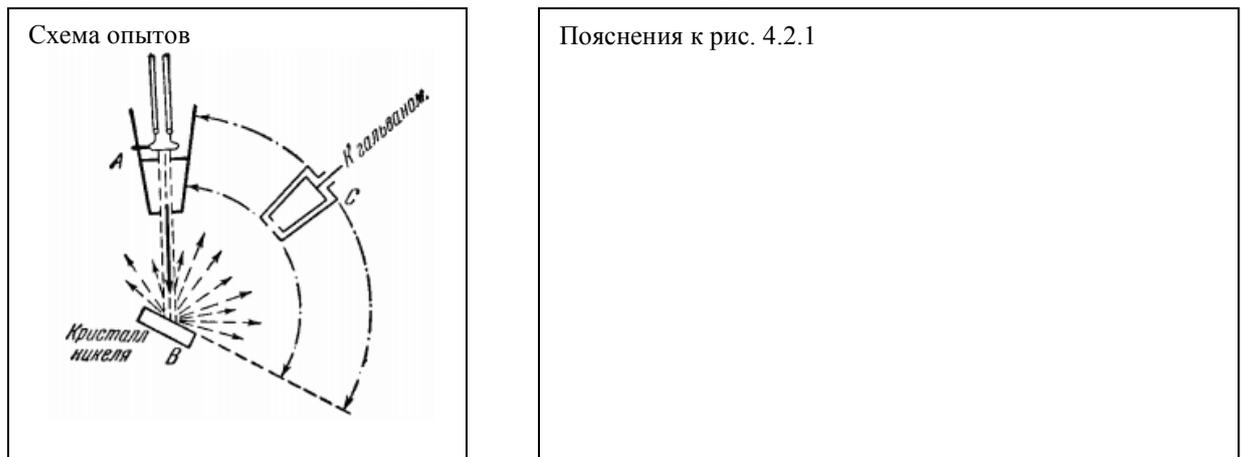


Рис.4.2.1. Схема опытов Дэвиссона и Джермера.

Параллельный пучок электронов определенной скорости, получаемый при помощи электронной пушки, направлялся на кристалл никеля, отраженные электроны улавливались коллектором, соединенным с гальванометром. Коллектор мог устанавливаться под любым углом относительно падающего пучка, оставаясь все время в одной плоскости. Измеряя силу тока коллектора при разных его положениях, можно было судить об интенсивности отражения в различных направлениях. С классической точки зрения электроны, обладающие произвольной кинетической энергией, могут рассеиваться под всевозможными углами в соответствии с законами геометрической оптики. Однако, как показали Дэвиссон и Джермер при рассеянии электронов от поверхности монокристалла никеля получается отчетливая дифракционная картина. Оказалось, что максимумы интенсивности отраженных электронов лежат под углами, которые могут быть вычислены из уравнения Вульфа-Брэггов, которое ранее было получено из экспериментов по

<sup>2</sup> Интерактивная модель опыта: <http://journal.pspu.ru/articles/83-interaktivnaya-model-opyta>

дифракции рентгеновских лучей.<sup>3</sup> Длина волны, сопровождающая движение электрона и определенная по формуле Вульфа-Брэггов, оказалась равной длине де-бройлевской волны, определяемой формулой (10):  $\lambda_b = h/p$ .

### Опыты П.С. Тартаковского (ЛГУ, 1928г.) и Дж.Томсона (Эбердинский университет, 1928г.)

Вскоре после опытов ДД волновые свойства электронов были обнаружены Тартаковским П.С.(относительно медленные электроны с энергией 1700эВ) и Дж.Томсоном (быстрые электроны 17.5-56.5кэВ).

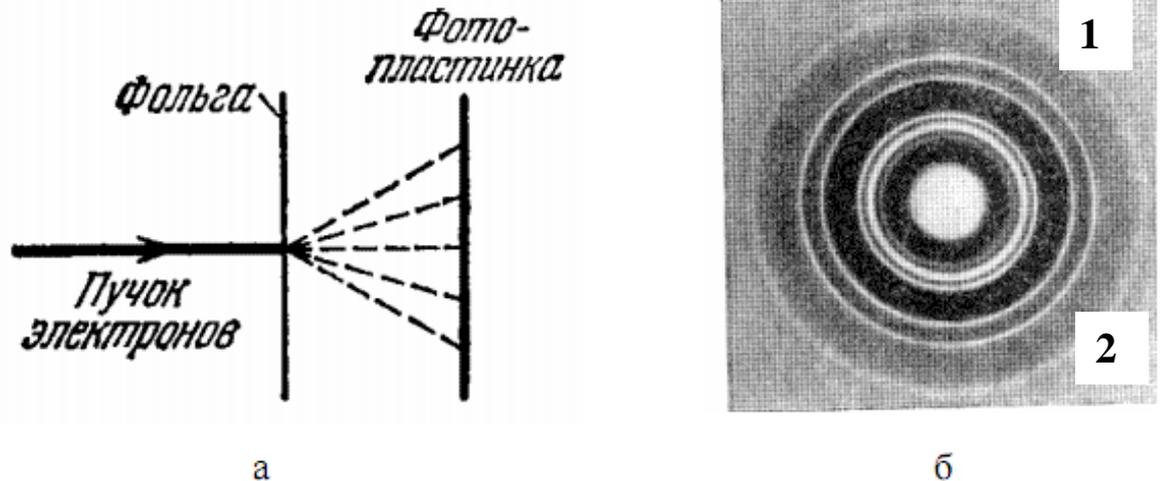


Рис.4.2.2.Схемы опытов Тартаковского П.С. и Томсона Дж.(а), дифракционная картина, наблюдаемая на фотопластинке (б).

Опыты состояли в прохождении пучков электронов сквозь тонкие пленки ( $\sim 0.1$ мкм) с *поликристаллической структурой*. При этом на фотопластинке отмечалась система дифракционных колец, образованная рассеянными электронами. Были получены фотографии дифракционных картин, наблюдаемых при дифракции пучка электронов, прошедших сквозь тонкие пленки золота и меди. Пользуясь подобными фотографиями, была проверена формула де Бройля путем определения периода кристаллической решетки металла, зная величину длины волны де Бройля электронов и используя формулу Вульфа-Брэггов ). *Как это было сделано?Распишите алгоритм расчета.*

### **4.3.Дифракция электронов. Электронография.**

Позднее было показано, что не только электроны, но и протоны и нейтроны обладают волновыми свойствами: при их попадании на кристалл обнаруживается явление дифракции. Это привело к созданию новых методов исследования структуры материалов

<sup>3</sup> Отражение рентгеновских лучей происходит лишь для определенных длин волн, удовлетворяющих условию Вульфа-Брэггов  $n\lambda = 2d\sin\theta$

наряду с рентгеноструктурным анализом – электронография, нейтронография. Дифракционные эффекты для электронов имеют место лишь при условии, что длина волны де Бройля, связанная с электроном, имеет порядок величины межатомного расстояния в веществе. Электроны имеют значительно меньшую проникающую способность, чем рентгеновские лучи, поэтому электронография чаще используется для исследования структуры поверхностей твердых тел.

Метод нейтронографии удобно использовать для исследования структуры вещества, содержащего легкие атомы, поскольку нейтрон не обладает электрическим зарядом. Рентгеновские лучи рассеиваются электронной оболочкой атома, а пучки электронов взаимодействуют как с атомными электронами, так и с ядрами.

Открытие волновых свойств электронов привело к появлению новой отрасли науки, получившей название электронной оптики и нового прибора – *электронного микроскопа*.

Разрешающая способность электронного микроскопа определяется длиной волны применяемого излучения. Длины волн де Бройля электронов зависят от скорости электронов. Используя в ЭМ большие ускоряющие напряжения, можно получить электроны с очень большими скоростями, а значит с очень малыми длинами волн де Бройля. Тем самым разрешающая способность ЭМ может оказаться много больше разрешающей способности оптического микроскопа (при напряжении порядка 50-100 кВ, разрешающая способность порядка 2 нм).

### Волновой пакет

После обнаружения волновых свойств у микрочастиц вещества и установления двойственной корпускулярно-волновой их природы была сделана попытка рассматривать частицы как волновые пакеты<sup>4</sup> сколь угодно малой протяженности и таким образом «освободиться» от двойственной природы частиц. Такое представление как будто соответствовало тому, что частица локализована в данный момент времени в определенной малой области пространства. С другой стороны, эта гипотеза как будто подтверждалась тем, что групповая скорость распределения максимума амплитуды узкого волнового пакета совпадает со скоростью частицы. Но эта гипотеза оказалась ошибочной. Дело в том, что все составляющие волнового пакета распространяются независимо друг от друга. Фазовые скорости распространения отдельных составляющих волнового пакета различны и волновой пакет расплывается. Для частиц с малой массой порядка массы электрона время расплывания ВП  $\sim 10^{-26}$  с. Таким образом, попытка «избавиться» от корпускулярно-волнового дуализма с помощью представления частицы в виде волнового пакета не удалась.

Отметим, что волны де Бройля не являются электромагнитными. Электромагнитная волна – это распространяющееся в пространстве переменное электромагнитное поле. С равномерно и прямолинейно движущимися заряженными частицами, как известно, не связано распространение электромагнитных волн. Волновые свойства электронов, как было показано, наблюдаются и в случае их равномерного движения, т.е. электромагнитная природа волн де Бройля полностью исключается. Волны де Бройля имеют специфическую квантовую природу, не имеющую аналогии в классической физике.

### Статистическое толкование волн де Бройля. Вероятность местоположения частицы

Итак, экспериментально доказано, что волна де Б. Правильно описывает состояние свободной частицы. Однако стоял непростой вопрос о физическом смысле волны де Бройля. Ответ на этот вопрос дал Макс Борн: «Интенсивность волн де Бройля в данной

<sup>4</sup> Волновой пакет - волновое образование из колебаний произвольной природы, представляющее собой суперпозицию плоских МХ волн с близкими значениями частот и волновых векторов

точке пространства пропорциональна вероятности обнаружить частицу в этом месте пространства».

Некоторое пояснение этого положения дадим на примере опыта Тартаковского (рис.4.2.2, б). В точках типа «1» интенсивность волн де Бройля не равна 0 (в эти точки, принадлежащие дифракционным кольцам, электроны с определенной вероятностью попадут). В точках типа «2», не принадлежащих кольцам, интенсивность волны де Бройля равна 0 (в эти точки электроны не попадут). **Таким образом, из опытов по дифракции электронов следовало, что имеет место неодинаковое распределение пучков электронов, отраженных или рассеянных по различным направлениям – в некоторых направлениях наблюдается большее число электронов, чем во всех других.**

С волновой точки зрения наличие максимумов числа электронов в некоторых направлениях означает, что эти направления соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля. Иначе, интенсивность волны де Бройля в данной точке пространства определяет число электронов, попавших в эту точку за 1с. Это и послужило основанием для своеобразного, статистического или вероятностного толкования волн де Бройля, приведенному выше.

Известно, что интенсивность волны пропорциональна квадрату модуля амплитуды волны.<sup>5</sup> Таким образом, квадрат модуля амплитуды волн де Бройля в данной точке является мерой вероятности того, что свободная частица обнаруживается в этой точке.

**Функция  $\Psi(x,y,z,t)$ , приведенная в (9), описывает волну де Бройля, сопутствующую движению свободной частицы, и называется ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИЕЙ. Таким образом, квадрат модуля волновой функции дает вероятность обнаружить частицу в точке с координатами  $x,y,z$  в момент времени  $t$ .**

Поскольку волновая функция (ВФ) дана в комплексном виде, то квадрат амплитудного значения ВФ определяется как

$$|\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi^*,$$

где  $\Psi^*$  - сопряженное значение функции  $\Psi$ .<sup>6</sup> Поэтому вероятность  $d\eta$  обнаружить электрон в элементе объема  $dV=dx \cdot dy \cdot dz$  пропорциональна величине этого элемента (элемент  $dV$  ограничен координатами  $x, x+dx; y, y+dy; z, z+dz$ ) и будет определяться как

$$d\eta = |\Psi(x,y,z,t)|^2 = \Psi \cdot \Psi^* \cdot dV.$$

**Величина  $\frac{d\eta}{dV} = |\Psi|^2$  - имеет смысл плотности вероятности, т.е. определяет вероятность пребывания частицы в данной точке пространства.** Такая интерпретация волновой функции  $\Psi$  объясняет, почему волны де Бройля иногда называют «волнами вероятности». Поскольку существование рассматриваемого электрона является достоверностью, то интеграл от  $d\eta$ , взятый по всему пространству, должен быть равен 1:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\eta = 1.$$

Следовательно, ВФ электрона должна удовлетворять условию:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi \cdot \Psi^* \cdot dV = 1.$$

До сих пор речь шла о свободных частицах (т.е. о частицах, на которые не действуют никакие силы, а значит, они движутся равномерно и прямолинейно с постоянным импульсом и кинетической энергией), состояние которых описывается волновой функцией в виде уравнения волны де Бройля. Но частицы могут находиться в сложных условиях,

<sup>5</sup> Амплитуда волны может быть комплексной величиной, но ее квадрат должен быть действительной величиной, поэтому берется  $|A|^2 = A \cdot A^*$

<sup>6</sup>  $c = a + ib$ ,  $c^* = a - ib$ ,  $c$  и  $c^*$  - комплексно-сопряженные, отличающиеся только знаком перед мнимой единицей

например, электрон в атоме, и двигаться во внешних электрических или магнитных полях. **Во всех случаях состояние частицы описывается функцией координат и времени, которая называется ВФ.<sup>7</sup> Во всех случаях квадрат модуля ВФ дает вероятность обнаружить частицу в точке с координатами  $x, y, z$  в момент времени  $t$ .**

#### 4.4. Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Поведению микрочастиц (электронов, протонов, атомов, фотонов и т.д.) свойственен корпускулярно-волновой дуализм (КВД). В одних условиях они проявляют себя как волны, в других – как отдельные корпускулы.

Существование столь различных свойств не может быть объяснено в рамках классической механики. Это приводит к предположению, что некоторые понятия классической механики, выработанные на основе опытов с макротелами, неприменимы к элементарным частицам. Например, в классической механике для движущегося тела или материальной точки всегда можно одновременно определить и скорость (импульс), и координаты; можно рассчитать и траекторию движения. Для микрочастиц, ввиду их волновых свойств, одновременные значения координат и импульса не существуют: если импульс частицы  $p_x$  имеет определенное значение, то местоположение ее, т.е. координата  $x$  не имеет определенного значения, и наоборот.

Т.е. не все физические величины, характеризующие микрочастицы могут быть одновременно измерены (определены). Например, координата и соответствующая составляющая импульса.

Докажем, что наличие у электронов волновых свойств приводит к этому. Допустим, что нам известно положение микрочастицы на оси  $x$  с некоторой точностью  $\Delta x$ , т.е. можно говорить о том, что частица находится где-то между  $x$  и  $x + \Delta x$ . Вспомним, что к микрочастицам может быть применено и волновое описание. Поскольку положение частицы известно лишь с некоторой неточностью  $\Delta x$ , то в волновой картине это соответствует тому, что амплитуда волновой функции  $\neq 0$  лишь на протяжении отрезка  $\sim \Delta x$ . Такая волновая функция может быть построена путем суперпозиции гармонических волн (но сама она не является гармонической волной), а ограниченная в пространстве волновая функция представляет собой волновой пакет (ВП), построенный путем сложения гармонических волн с непрерывно меняющимися значениями волнового вектора  $\vec{k}$  в пределах некоторого интервала  $\Delta k$ . Соотношение между протяжением ВП  $\Delta x$  и интервалом  $\Delta k_x$  известно<sup>8</sup> как:

$$\Delta x \cdot \Delta k_x \geq 1.$$

Для образования пространственного ВП должны быть выполнены три условия:

$$\Delta x \cdot \Delta k_x \geq 1$$

$$\Delta y \cdot \Delta k_y \geq 1$$

$$\Delta z \cdot \Delta k_z \geq 1.$$

Для волны де Бройля частицы, движущейся вдоль оси  $x$  с импульсом  $p_x$ , учитывая, что  $p_x = \hbar k_x$  имеем:

$$\Delta k_x = \frac{\Delta p_x}{\hbar}$$

и тогда

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar.$$

<sup>7</sup> ВФ – комплексная функция, описывающая состояние квантовомеханической системы

<sup>8</sup> Безгранично протяженной гармонической волне соответствует определенное значение  $k$ . Но если волна ограничена в пространстве, то определенное  $k$  отсутствует и неизбежно появляется спектр длин волн, имеющий определенную ширину  $\Delta k$ , такую, что  $\Delta x \cdot \Delta k_x \sim 1$ .

Рассматривая движение частицы вдоль осей  $y$  и  $z$  с импульсами  $p_y$  и  $p_z$ , получили бы аналогичные соотношения:

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar.$$

Эти формулы называются соотношениями неопределенностей Гейзенберга (СНГ).<sup>9</sup>  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  – точности определения (измерения) координат частицы,  $p_x$ ,  $p_y$ ,  $p_z$  – точности определения проекций импульса на оси координат.

**Невозможно одновременно точно измерить координату микрочастицы и проекцию импульса на эту ось координат.**

Из СНГ следует, что чем точнее определяется координата частицы, тем менее точно одновременно можно измерить проекцию импульса на эту ось координат.

СНГ являются существенной частью квантовой теории, оно свидетельствует о том, что классические понятия координаты и импульса применимы к микрочастицам лишь в пределах, устанавливаемых СНГ.

Понятия координаты и импульса были введены в классической физике для характеристики движения обычных тел. Эксперименты же показывают, что эти классические представления неприменимы в микромире или применимы с некоторыми ограничениями. Рассмотрим несколько частных случаев.

1. Допустим, что у летящей дробинки массой  $0.1\text{г}$  скорость определена с точностью  $\Delta v_x = 10^{-8}\text{ м/с}$ . Выясним, какова при этом будет неопределенность в ее координате.

Т.е. практически положение дробинки будет определено точно. **Следовательно, для тел большой массы СНГ не имеет практического значения.** Для этих тел, в согласии с классической механикой можно считать возможным одновременное задание координат и импульсов, а значит, траекторий движения.

2. Допустим, что пучок электронов движется вдоль оси электронно-лучевой трубки со скоростью  $v_x = 10^6\text{ м/с}$ , и эта скорость определена с точностью до  $0.01\%$ , т.е.  $\Delta v_x = 10^{-4} v_x = 100\text{ м/с}$ . Соотношение  $\Delta x \cdot \Delta v_x \geq \hbar/m$  позволяет нам определить неопределенность в координате электронов пучка:

Столь малое значение  $\Delta x$  показывает, что координаты электронов определяются с достаточно высокой степенью точности и поэтому понятие траектории движения электронов в трубке имеет смысл.

3. Рассмотрим движение электронов в атоме. Размеры атома  $\sim 10^{-10}\text{ м}$ . Естественно, что в наиболее грубом случае можно определить координату электрона с точностью до размеров атома, т.е.  $\Delta x \sim 10^{-10}\text{ м}$ . Тогда неопределенность в его скорости будет иметь порядок  $\Delta v_x \sim \underline{\hspace{10em}}$ .

Но сама скорость движения электрона в атоме имеет порядок  $\sim 10^6\text{ м/с}$  ( $v_1 = 2 \cdot 10^6\text{ м/с}$ ), поэтому бессмысленно говорить об определенной скорости атомного электрона, о его траектории, нельзя и сам электрон в атоме представлять себе в виде обычной частицы.

<sup>9</sup> Гейзенберг Вернер (1901-1976гг)- нем. физик-теоретик. СН-1927, матричный вариант квантовой механики. Ноб. премия 1932г.

**Обобщим вышесказанное.** Волновые свойства частиц характеризуются длиной волны де Бройля  $\lambda_B = h/p$ . В тех случаях, когда размеры области движения частицы (области локализации частицы) или размеры ее амплитуды колебания велики по сравнению с величиной ее длины волны де Бройля (как, например, при движении частиц в вакуумных трубках), можно применять законы и понятия классической механики, и они, как показывает СНГ, дадут достаточно точные результаты. Но, если линейные размеры, характеризующие явления, сравнимы с длинами волн де Бройля частицы (например, при движении электрона в атоме), то законы и понятия классической механики теряют силу. Таким образом, нельзя говорить о движении электрона в атоме по заданной траектории с точно заданной в каждой точке скоростью. Ясно, что понятие траектории должно применяться в современной физике с большой осторожностью.

Понятие траектории имеет смысл лишь в тех случаях, когда неопределенности  $\Delta v_x$  и  $\Delta x$  скорости и координаты частицы, определяемые СНГ,  $\ll$  самих значений  $v_x$  и  $x$  (то же самое и о других координатах и проекциях импульса).

### Соотношение неопределенностей для энергии

Квантовая теория приводит также к соотношению неопределенностей для энергии  $E$  и времени  $t$ :

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \sim \hbar,$$

где  $\Delta t$  – время, в течение которого микрочастица обладает энергией  $E \pm \Delta E$ .

Например, атом на основном энергетическом уровне может пребывать сколь угодно долго ( $\Delta t \rightarrow \infty$ ), поэтому энергия этого состояния вполне определена  $\Delta E = 0$ . Но в более высоком энергетическом состоянии атом пребывает весьма недолго, допустим  $\Delta t$  секунд, тогда его энергия в этом возбужденном состоянии может быть определена с точностью до  $\Delta E = \hbar/\Delta t$  и будет равна  $E \pm \Delta E$ . При переходе атома из более высокого уровня на низкий уровень с энергией  $E'$  излучается фотон с энергией

$$h\nu = (E \pm \Delta E) - E' = E - E' \pm \Delta E. (*)$$

Т.е. энергия излученного фотона может быть определена (известна) лишь с точностью до  $\Delta E$ , а величина  $\Delta E$  определяется временем жизни атома в возбужденном состоянии.

Из (\*) следует, что частота излученного фотона имеет неопределенность  $\Delta \nu = \Delta E/h$ , т.е. линии спектра будут иметь частоту  $\nu \pm (\Delta E/h)$ . Это и наблюдается на опыте: все спектральные линии размыты, имеют конечную ширину; величина этой ширины позволяет определить порядок времени существования атома в том или ином возбужденном состоянии.